PROF. AMADOR MARTIN-PIZARRO
ÜBUNGEN: MICHAEL LÖSCH

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
WINTERSEMESTER 2021/2022

Formale Logik
Blatt 6
Abgabe: 06.12.2021, 14 Uhr
Gruppennummer angeben!
Das Blatt darf zu zweit bearbeitet und eingereicht werden.

Aufgabe 1 (5 Punkte).
Seien $P_1, \ldots, P_n$ beliebige Formeln in der modalen Aussagenlogik. Gib in der Modallogik $S5$ einen formalen Beweis für

$$\{P_1, \ldots, P_n\} \vdash \big(\Box(A_1 \wedge A_2) \to \Box A_1\big)$$

Diskutiere, ob

Wenn ich geimpft und getestet werden muss, dann brauche ich nur geimpft zu sein.

eine korrekte aletische Deutung der Formel $\big(\Box(A_1 \wedge A_2) \to \Box A_1\big)$ ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte).
Die Personen X und Y möchten gemeinsam zum Weihnachtsmarkt gehen. Sei P die Nachricht

Lass uns morgen Abend zum Weihnachtsmarkt gehen!

Diese Nachricht wurde von X an Y über WhatsApp versendet und Y hat zugestimmt, aber weder X noch Y haben die Lesebestätigung aktiviert, sodass sie nicht wissen, ob die jeweils andere Person die Nachrichten gelesen hat.

Unter welcher epistemischer Voraussetzung an P werden X und Y am nächsten Tag zum Weihnachtsmarkt gehen? Ist diese Voraussetzung notwendig?

Aufgabe 3 (4 Punkte).
Sei $\mathcal{L}$ die Sprache, welche aus den Konstantenzeichen a, b und c sowie dem zweistelligen Prädikat R besteht. Mit den Interpretationen

Renate	für	a
Wilhelm	für	b
Ute	für	c

sowie

x ist Nachbar von y für $R(x, y)$

repräsentiere den Satz

Renate ist Nachbarin von Wilhelm, welcher wiederum Nachbar von Ute ist,
aber Renate ist keine Nachbarin von Ute.

als prädikatenlogische Formel. Umgekehrt übersetze nun die beiden Formeln

$$\big(R(a, c) \wedge R(c, b)\big) \text{ und } \big(R(a, c) \leftrightarrow R(c, a)\big)$$

mit den obigen Interpretationen in die natürliche Sprache.

Bitte wenden!!

ABGABE ZWISCHEN 14:00-14:20 UHR IN DER FACHBEREICHSBIBLIOTHEK PHILOSOPHIE IM KG I. ALTERNATIV KÖNNEN SIE IHRE ABGABE ZU EINEM FRÜHEREN ZEITPUNKT IN DEN BRIEFKASTEN IHRER ÜBUNGSGRUPPE IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS LEGEN.

Aufgabe 4 (7 Punkte)**.**

Seien P, Q und R aussagenlogische Formeln.

(a) Zeige mit Hilfe logischer Umformungen (mit den Regeln von Folie 3, Sitzung 5), dass

$$\big((P \to Q) \land (P \to R)\big) \sim \neg\big(P \land (Q \to \neg R)\big)$$

(b) Angenommen, dass $P \sim Q$, zeige mit Hilfe logischer Umformungen, dass

$$(P \to R) \sim (Q \to R)$$

(c) Sei nun R tautologisch. Begründe, dass $(R \land Q) \sim Q$. Gilt auch immer, dass $(R \lor Q) \sim Q$?